

Дополнения к заданию № 20 базового ЕГЭ

21. На поверхности глобуса фломастером проведены 12 параллелей и 22 меридиана. На сколько частей проведённые линии разделили поверхность глобуса?

Меридиан — это дуга окружности, соединяющая Северный и Южный полюсы. Параллель — это окружность, лежащая в плоскости, параллельной плоскости экватора.

Пояснение.

Двенадцать параллелей разделили глобус на 13 частей, следовательно $13 \cdot 22 = 286$ — на столько частей разделит глобус 12 параллелей и 22 меридиана.

Ответ: 286.

23. Группа туристов преодолела горный перевал. Первый километр подъёма они преодолели за 50 минут, а каждый следующий километр проходили на 15 минут дольше предыдущего. Последний километр перед вершиной был пройден за 95 минут. После десятиминутного отдыха на вершине туристы начали спуск, который был более пологим. Первый километр после вершины был пройден за час, а каждый следующий на 10 минут быстрее предыдущего. Сколько часов группа затратила на весь маршрут, если последний километр спуска был пройден за 10 минут.

Пояснение.

На подъём в гору группа затратила $50 + 65 + 80 + 95 = 290$ минут, на отдых 10 минут, на спуск с горы $60 + 50 + 40 + 30 + 20 + 10 = 210$ минут. В сумме туристы затратили на весь маршрут $290 + 10 + 210 = 510$ минут. Переведём 510 минут в часы и получим, что за 8,5 часов туристы преодолели весь маршрут.

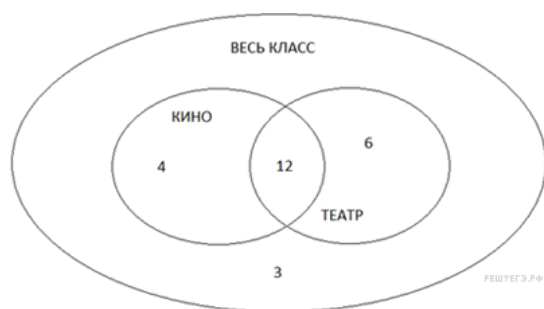
Ответ: 8,5

26. В классе учится 25 учащихся. Несколько из них ходили в кино, 18 человек ходили в театр, причём и в кино, и в театр ходили 12 человек. Известно, что трое не ходили ни в кино, ни в театр. Сколько человек из класса ходили в кино?

Пояснение.

12 человек ходили и в кино, и в театр. А всего в театр ходило 18 человек. Значит, 6 человек ходили только в театр.

Сходили в театр или в кино и в театр, или никуда не ходили — $12 + 6 + 3 = 21$ человек. Значит, $25 - 21 = 4$ человека ходили только в кино. И значит всего в кино сходило $12 + 4 = 16$ человек.



Ответ: 16

33. Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на каждом этаже одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 110 квартир?

Пояснение.

Число квартир, этажей и подъездов может быть только целым числом. Заметим, что число 110 делится на 2, 5 и 11. Следовательно, в доме должно быть 2 подъезда, 5 квартир и 11 этажей.

Ответ: 11.

50. В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- 1) за 4 золотых монеты получить 5 серебряных и одну медную;
- 2) за 7 серебряных монет получить 5 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 90 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$\begin{cases} 4з = 5с + 1м, \\ 7с = 5з + 1м \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4з - 5с - 1м = 0, | \cdot 5 \\ -5з + 7с - 1м = 0 | \cdot 4 \end{cases} \Leftrightarrow + \begin{cases} 20з - 25с - 5м = 0, \\ -20з + 28с - 4м = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 3с - 9м = 0 \Leftrightarrow 3с = 9м \Leftrightarrow 1с = 3м.$$

Если Николай за 1 серебряную получил 3 медных, а у него появилось 90 медных, то он истратил 30 серебряных (т. к. $90 : 3 = 30$ серебряных).

Таким образом, у него количество монет уменьшилось на 30.

Ответ: 30.

51. Про натуральные числа A , B и C известно, что каждое из них больше 6, но меньше 10. Загадали натуральное число, затем его умножили на A , потом прибавили к полученному произведению B и вычли C . Получилось 186. Какое число было загадано?

Пояснение.

Числа A , B и C могут быть равны 7, 8 или 9.

Пусть загадали натуральное число X , тогда $X \cdot A + B - C = 186$ или $X \cdot A = 186 + (C - B)$. Рассмотрим различные случаи.

1) $C - B = 0$ ($7 - 7 = 0$, $8 - 8 = 0$ или $9 - 9 = 0$), тогда $X \cdot A = 186$. Число 186 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.

2) $C - B = 1$ ($8 - 7 = 1$ или $9 - 8 = 1$), тогда $X \cdot A = 187$. Число 187 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.

3) $C - B = -1$ ($7 - 8 = -1$ или $8 - 9 = -1$), тогда $X \cdot A = 185$. Число 185 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.

4) $C - B = 2$ ($9 - 7 = 2$), тогда $X \cdot A = 188$. Число 188 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.

5) $C - B = -2$ ($7 - 9 = -2$), тогда $X \cdot A = 184$. Число 184 делится нацело на $A = 8$, значит, $X = 23$.

Ответ: 23.

52. В магазине квас на разлив можно купить в бутылках, причём стоимость кваса в бутылке складывается из стоимости самой бутылки и кваса, налитого в неё. Цена бутылки не зависит от её объёма. Бутылка кваса объёмом 1 литр стоит 36 рублей, объёмом 2 литра — 66 рублей. Сколько рублей будет стоить бутылка кваса объёмом 1,5 литра?

Пояснение.

Пусть стоимость бутылки x , стоимость кваса за литр y . Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 36, \\ x + 2y = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 30. \end{cases}$$

Тогда бутылка кваса объёмом 1,5 литра будет стоить $6 + 30 \cdot 1,5 = 51$ рубль.

Ответ: 51.

53. Клетки таблицы 6×6 раскрашены в чёрный и белый цвета так, что получилось 30 пар соседних клеток разного цвета и 16 пар соседних клеток чёрного цвета. (Клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона.) Сколько пар соседних клеток белого цвета?

Пояснение.

Угловые клетки имеют по 2 соседа, таких клеток в таблице 4, значит, всего пар $2 \cdot 4 = 8$. Крайние клетки (не угловые) имеют по 3 пары, таких клеток 16, значит, всего пар $16 \cdot 3 = 48$. Все остальные клетки имеют по 4 пары, таких клеток $36 - 4 - 16 = 16$, то есть 64 пары. Всего имеем пар $8 + 48 + 64 = 120$. В

приведенных расчетах все пары взяты дважды (так как учитывались все клетки). Таким образом, уникальных пар $120 : 2 = 60$. Поэтому пар белого цвета $60 - 30 - 16 = 14$.

Ответ: 14.

54. Десять столбов соединены между собой проводами так, что от каждого столба отходит ровно 4 провода. Сколько всего проводов протянуто между этими десятью столбами?

Пояснение.

От каждого столба отходит по 4 провода, следовательно всего будет $10 \cdot 4 = 40$ соединений. Заметим, что каждые два столба связаны одни проводом, поэтому между этими десятью столбами будет

протянуто всего $\frac{40}{2} = 20$ проводов.

Ответ: 20.

55. Из книги выпало несколько идущих подряд листов. Номер последней страницы перед выпавшими листами — 328, номер первой страницы после выпавших листов записывается теми же цифрами, но в другом порядке. Сколько листов выпало?

Пояснение.

Из числа 328 можно составить числа 382, 238, 283, 832, 823. Числа 238 и 283 не подходят, поскольку они меньше числа 328. Номер первой страницы после выпавших листов должен быть нечётным, поскольку номер последней страницы перед выпавшими листами чётный. Следовательно, нам подходит только число 823. Вычтем из числа 823 одну страницу, поскольку страница 823 не выпала, а является первой страницей

после выпавших листов. Теперь можно найти количество выпавших листов: $\frac{823 - 1 - 328}{2} = 247$.

Ответ: 247.

56. Миша, Коля и Лёша играют в настольный теннис: игрок, проигравший партию, уступает место игроку, не участвовавшему в ней. В итоге оказалось, что Миша сыграл 10 партий, а Коля — 21. Сколько партий сыграл Лёша?

Пояснение.

Больше всех партий сыграл Коля, следовательно было сыграно не менее 21 партии. В одной из первых двух партий должен был участвовать Миша, значит, было сыграно не более $2 \cdot 10 + 1 = 21$ партий. Значит, Коля участвовал в каждой сыгранной партии. Таким образом, Лёша сыграл $21 - 10 = 11$ партий.

Ответ: 11.

Взяли несколько досок и распилили их. Всего сделали 11 поперечных разрезов, в итоге получилось 16 кусков. Сколько досок взяли?

В конце четверти Петя выписал подряд все свои отметки по одному из предметов, их оказалось 55, и поставил между некоторыми из них знаки умножения. Произведение получившихся чисел оказалось равным 35303530. Какая отметка выходит у Пети в четверти по этому предмету, если учитель ставит только отметки "22", "33", "44" или "55" и итоговая отметка в четверти является средним арифметическим всех текущих отметок, округленным по правилам округления? (Например, 3,23,2 округляется до 33; 4,54,5 - до 55; а 2,82,8 - до 33.)

Решение:

Число 35303530 разложим на множители таким образом, чтобы остаток от разложения состоял из чисел 22, 33, 44 и 55 (т.к. только такие оценки ставит учитель). $3530 = 2 \cdot 5 \cdot 353$, $35303530 = 2 \cdot 5 \cdot 353$, при этом оценки 353353 не бывает, но оно записано в виде ряда оценок 33, 55 и 33.

Таким образом, получается ряд оценок 22, 55, 33, 55 и 33 (как и по условию у нас оценок получилось 55 штук). Найдем среднее арифметическое данных оценок $2+5+3+5+35=3,6$, $2+5+3+5+35=3,6$, округлив до целого получим оценку 44.

Ответ: 44.

Решение:

Возьмем одну доску и распилим её 11-ью поперечными распилами. В итоге получим 12 кусков.

Теперь возьмем две доски и распилим их 11-ью поперечными распилами (произвольным образом). В итоге получим 13 кусков.

Возьмем три доски и распилим их 11-ью поперечными распилами (произвольным образом). В итоге получим 14 кусков. и т.д.

Получаем закономерность: при распиливании X досок 11-ью поперечными распилами, получаем $(11 + X)$ кусков. На основе данной закономерности и условий задачи получаем следующее уравнение, где X — количество досок, которые необходимо распилить:

$$11 + X = 16 \qquad X = 5 \text{ досок}$$

Ответ: 5

Задание 20. На ленте по разные стороны от середины отмечены две тонкие поперечные полоски: синяя и красная. Если разрезать ленту по красной полоске, то одна часть будет на 15 см длиннее другой. Если разрезать ленту по синей полоске, то одна часть будет на 75 см длиннее другой. Найдите расстояние (в сантиметрах) между красной и синей полосками.

Решение.

Обозначим через a – расстояние от начала ленты до синей полоски; через b – расстояние между синей и красной полоской; через c – расстояние от красной полоски и до конца ленты.



В задании сказано, что при разрезании по красной полоске, часть ленты $(a+b)$ будет длиннее c на 15 см, то есть, имеем уравнение:

$$(a+b)-c = 15$$

Далее, отмечено, что при разрезании по синей полоске часть $(b+c)$ будет длиннее a на 75 см, то есть,

$$(b+c)-a = 75$$

Получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} (a+b)-c = 15 \\ (b+c)-a = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b-c = 15 \\ -a+b+c = 75 \end{cases}$$

Сложим эти уравнения, получим:

$$a - a + b + b - c + c = 15 + 75$$

$$2b = 90$$

$$b = 45$$

То есть, расстояние между полосками равно 45 см.

Ответ: 45.

В доме пятнадцать квартир с номерами от 1 до 15. В каждой квартире живёт один, два или три человека. В квартирах с 1-й по 9-ю включительно всего 10 жильцов, а в квартирах с 7-й по 15-ю всего 22 жильца. Сколько всего жильцов в этом доме?

Решение.

1) Так как в квартирах с 1-й по 9-ю включительно всего 10 жильцов, то только в одной из них может проживать 2 человека.

2) В квартирах 7, 8 и 9 точно живут по одному человеку, и только в одной может находиться максимум 2 человека (исходя из п. 1). То есть, имеем последовательность или 1, 1, 1 или 1, 1, 2 (в любом порядке).

3) Получается, что в оставшихся с 10-й по 15-ю квартиру (всего 6 квартир) может проживать или $22 - (1+1+1) = 19$ человек или $22 - (1+1+2) = 18$ человек. Получаем второй вариант размещения, так как $18:6 = 3$ – все оставшиеся квартиры имеют по 3 жильца. Первый вариант уже не подходит (4 жильца использовать нельзя по условию).

4) Таким образом, в квартирах с 1-й по 9-ю размещается 10 жильцов, а с 10-й по 15-ю – 18 жильцов. Всего имеем $10+18=28$ жильцов.

Ответ: 28.

Из десяти стран три подписали договор о дружбе ровно с шестью другими странами, а каждая из оставшихся семи — ровно с двумя. Сколько всего было подписано договоров?

Решение.

Первые три страны подписали по 6 договоров о дружбе с другими странами, то есть, было поставлено

$$3 \cdot 6 = 18 \text{ подписей.}$$

Также, каждая из оставшихся семи стран подписали по два договора о дружбе, то есть, было поставлено

$$7 \cdot 2 = 14 \text{ подписей.}$$

В сумме было поставлено

$$18+14 = 32 \text{ подписи.}$$

Очевидно, что договор считается заключенным, если под ним стоят две подписи от каждой страны. Следовательно, договоров было заключено

$$32:2 = 16.$$

Ответ: 16.

Среднее арифметическое 6 различных натуральных чисел равно 8. На сколько нужно увеличить наибольшее из этих чисел, чтобы их среднее арифметическое стало на 1 больше?

Решение:

Среднее арифметическое находится как сумма чисел разделенное на их количество. В нашем случае среднее арифметическое равно 8, а количество чисел - 6. Получается, что $8 = x:6$, где x - сумма 6 различных натуральных чисел. Отсюда, сумма шести натуральных чисел равна $x = 6 \cdot 8 = 48$. При увеличении среднего арифметического на 1, т.е. до 9 не важно какое именно число необходимо увеличивать. Посчитаем при среднем арифметическом равном 9 сколько будет сумма 6 различных натуральных чисел $9 = x:6$ откуда $x = 9 \cdot 6 = 54$. Значит, сумму 6 натуральных чисел (в нашем случае наибольшее) необходимо увеличить на $54 - 48 = 6$, чтобы среднее арифметическое увеличилось на 1.

Ответ: 6.

Среднее арифметическое 6 различных натуральных чисел равно 8. Среднее арифметическое этих чисел и седьмого числа равно 9. Чему равно седьмое число?

Среднее арифметическое считается прибавлением всех чисел и делением этой суммы на кол-во этих чисел

Поэтому сумма 6 чисел при сред арифметической 8 = $6 \cdot 8 = 48$

А сумма 6 чисел при сред арифметической 9 = $6 \cdot 9 = 54$

Значит, цифру нужно будет увеличить на $54 - 48 = 6$ раз

Ответ 6

- Петя меняет маленькие фишки на большие за один обмен он получает 6 больших фишек отдав 9 маленьких. Сначала у Пети было 100 фишек (больших и маленьких), Осталось 79 сколько обменов он совершил?

Сначала надо от $9 - 6 = 3$. этим действием мы узнаем сколько Петя теряет фишек за 1 обмен.

Дальше $100 - 79 = 21$ фишку он потерял А потом просто $21:3$ и получаем 7 Ответ: 7

Маша и Медведь съели 160 печений и банку варенья, начав и закончив одновременно. Сначала Маша ела варенье, а Медведь - печенье, но в какой-то момент они поменялись. Медведь и то, и другое ест в три раза быстрее Маши. Сколько печений съел Медведь, если варенье они съели поровну?

Решение:

Медведь съел свою половину банки варенья в 3 раза быстрее, чем Маша, значит, у него еще осталось в 3 раза больше времени на кушанье печенье.

Т.к. Медведь ест печенье в 3 раза быстрее, чем Маша и еще у него осталось в 3 раза больше времени (он съел в 3 раза быстрее свою половину банки варенья), то он съедает в $3 \cdot 3 = 9$ раз больше печений, чем Маша (9 печений съедает Медведь, в то время как Маша только 1 печенье).

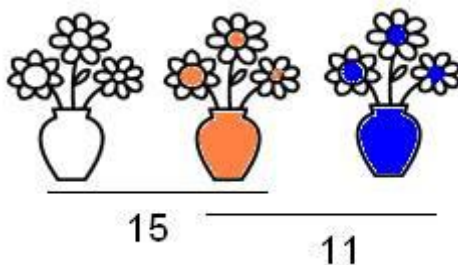
Получается, что в отношении 9:1 едят Медведь и Маша печенье. Всего получается 10 долей, значит, 1 доля равна $160:10=16$. В итоге, Медведь съел $16 \cdot 9=144$ печений.

Ответ: 144

На прилавке цветочного магазина стоят 3 вазы с розами: оранжевая, белая и синяя. Слева от синей вазы 15 роз, справа от белой вазы 11 роз. Всего в вазах 23 розы. Сколько роз в оранжевой вазе?

Решение.

Условие задачи изображено на рисунке ниже.



Из первого условия задания следует, что в белой и оранжевой вазах 15 роз (в сумме). Тогда в синей вазе $23-15 = 8$ роз. Из второго условия задания следует, что в оранжевой и синей вазах 11 роз. Поэтому в оранжевой вазе

$$11-8 = 3 \text{ розы.}$$

Ответ: 3.

Три луча, выходящие из одной точки, разбивают плоскость на 3 разных угла, измеряемых целым числом градусов. Наибольший угол в 4 раза больше наименьшего. Сколько значений может принимать величина среднего угла?

Решение.

Обозначим через x градусов значение наименьшего угла. Тогда наибольший будет равен $4x$ градусов. Сумма всех углов, получаемых таким разбиением, равна 360° (круг). Получаем следующее равенство:

$$\begin{aligned} 4x + x + y &= 360^\circ \\ y &= 360^\circ - 5x \end{aligned}$$

где y – размер среднего угла (в градусах). При этом, $x < y < 4x$. Отсюда следует, что наименьшее значение малого угла

$$\begin{aligned} x < 360 - 5x < 4x \\ 6x < 360 < 9x \end{aligned}$$

откуда получаем, что $x > \frac{360}{9} = 40^\circ$. А наибольшее его значение $x < \frac{360}{6} = 60^\circ$. Таким образом, общее число вариантов среднего угла, равно:

$$60-40-1 = 19$$

(здесь -1 учитывает, что отсчет начинается с угла 41° и заканчивается углом 59°).

Ответ: 19.

Если бы каждый из двух сомножителей увеличили на 1, их произведение увеличилось бы на 11. На самом деле каждый из двух сомножителей увеличили на 2. На сколько увеличилось произведение?

Решение.

Пусть первый сомножитель равен a , а второй b , их произведение равно ab . При увеличении этих сомножителей на 1 их произведение возрастает на 11, то есть,

$$(a+1)(b+1) = ab + 11,$$

или в виде

$$(a+1)(b+1) - ab = 11$$

$$ab + a + b + 1 - ab = 11$$

$$a + b = 10$$

Теперь вычислим, на сколько увеличится произведение, если сомножители увеличить на 2:

$$\begin{aligned}(a+2)(b+2) - ab &= ab + 2a + 2b + 4 - ab = \\ &= 2(a+b) + 4 = 2 \cdot 10 + 4 = 24\end{aligned}$$

Ответ: 24.

По материалам сайтов Решу ЕГЭ и Незнайка.